

Показательные неравенства

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

$$a^x > a^c; \quad a^x \geq a^c; \quad a^x < a^c; \quad a^x \leq a^c$$

где $a > 0$, $a \neq 1$, c – любое число

1. Решите неравенство:

$$3^x \leq \frac{1}{81}$$

Приводим к одинаковому основанию

$$3^x \leq \frac{1}{3^4}$$

$$3^x \leq 3^{-4}$$

Так как основание степени больше единицы ($3 > 1$), то
знак неравенства **не изменится**

$$x \leq -4$$

Ответ: $(-\infty; -4]$

2. Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{81}$$

Приводим к одинаковому основанию

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

Так как основание степени меньше единицы ($0 < \frac{1}{3} < 1$), то
знак неравенства **меняется на противоположный**

$$x \geq 4$$

Ответ: $[4; +\infty)$

Номера для работы: №1397, №1398, №1399, №1401

§ 47. Показательные неравенства

Решите неравенство:

1396. а) $2^x \geq 4$; в) $2^x < 8$;
б) $2^x < \frac{1}{2}$; г) $2^x > \frac{1}{16}$.
1397. а) $3^x \leq 81$; в) $5^x > 125$;
б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$; г) $(0,2)^x \leq 0,04$.
1398. а) $3^{2x-4} \leq 27$; в) $5^{4x+2} > 125$;
б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6} > \frac{4}{9}$; г) $(0,1)^{5x-9} < 0,001$.

Решите неравенство:

1399. а) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}$; в) $9^{x-1} \leq 9^{-2x+8}$;
б) $0,5^{4x+3} \geq 0,5^{6x-1}$; г) $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3x-0,5} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}$.
1400. а) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$; в) $11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}$;
б) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3x+1} > \left(\frac{1}{49}\right)^{x+8}$; г) $(0,09)^{5x-1} < 0,3^{x+7}$.
1401. а) $2^{3x+6} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$; в) $25^{-x+3} > \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$;
б) $\left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3+2x}$; г) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-8} < \left(\frac{9}{25}\right)^{-x+3}$.